Moneta e Finanza Internazionale

La moneta nei modelli dinamici

I modelli a generazioni sovrapposte

- Economia ad orizzonte infinito
- Agenti vivono solo due periodi: “giovinezza” e “vecchiaia”
- In ogni periodo una nuova generazione di giovani nasce e sostituisce quella di vecchi del periodo precedente
- Ogni nuovo nato ha una dotazione iniziale di un bene di consumo (omogeneo e deperibile)

I modelli a generazioni sovrapposte

- Funzione di utilità intertemporale, definita sul consumo da giovani e da anziani:

$$U(c_t, c_{t+1})$$

- Distorsione: non c'è convenienza nello scambio intergenerazionale
  - I giovani danno oggi per ricevere domani
  - I vecchi che ricevono oggi non possono dare domani
  - I giovani che potrebbero dare domani non sono presenti oggi

- L'unico equilibrio possibile è quello autarchico: i giovani consumano tutto, e i vecchi nulla

I modelli a generazioni sovrapposte

- Ragione di base della distorsione: il bene è *deperibile* (non può essere conservato fino alla vecchiaia)

- Introduzione della moneta supera l'equilibrio autarchico:
  - i vecchi hanno un incentivo a scambiarla col bene di consumo
  - è universalmente accettata come mezzo di pagamento: i giovani hanno un incentivo ad accettarla in cambio di beni di consumo
  - non è deperibile: viene conservata fino al secondo periodo, quando verrà scambiata con beni di consumo

- La moneta è mezzo di pagamento e <u>riserva di valore</u>:
  - consente di "spalmare" il consumo nei due periodi di vita

I modelli a generazioni sovrapposte

Formalmente:

$$\max \ U(c_t, c_{t+1})$$

$$\text{s.t.} \quad p_t c_t + m_t = p_t$$

$$\text{s.t.} \quad p_{t+1} c_{t+1} = m_t$$

Sostituendo i vincoli nella funzione di utilità:

$$\max \quad U\left(1 - \frac{m_t}{p_t}; \frac{m_t}{p_t} \frac{p_t}{p_{t+1}}\right)$$

Condizione del primo ordine per un ottimo:

$$U'(c_t) = U'(c_{t+1}) \frac{p_t}{p_{t+1}}$$

I modelli a generazioni sovrapposte

La domanda ottimale di saldi monetari reali è *decrescente* nel tasso d'inflazione (p_{t+1}/p_t)

- Un tasso d'inflazione più alto richiede:
  - una riduzione di $U'(c_t)$ o
  - un aumento di $U'(c_{t+1})$
- Consumo in *t* aumenta (utilità marginale decrescente)
- Domanda di saldi monetari reali diminuisce

I modelli a generazioni sovrapposte

Caso speciale: $U(c_t, c_{t+1}) = \ln(c_t) + \beta \ln(c_{t+1})$

$$\max \quad \ln\left(1 - \frac{m_t}{p_t}\right) + \beta \ln\left(\frac{m_t}{p_{t+1}}\right)$$

- Incentivo a consumare di più oggi se inflazione sale:

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = \beta \frac{p_t}{p_{t+1}}$$

- Domanda di saldi monetari reali costante:

$$\frac{m_t}{p_t} = \frac{\beta}{1+\beta}$$

I modelli *cash-in-advance*

- Economia ad agente rappresentativo con orizzonte infinito
- Funzione di utilità intertemporale, definita sul consumo corrente e futuro
- Due vincoli:
  - vincolo di bilancio (allocazione del risparmio nei vari strumenti)
  - Cash-in-advance (moneta unico mezzo di pagamento)
- Due strumenti di allocazione del risparmio:
  - moneta (mezzo di pagamento ma infruttuosa)
  - titoli (rendimento positivo)

I modelli *cash-in-advance*

Formalmente (hp. utilità log):

$$\max \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \ln\left(c_{t+i}\right) = \ln\left(c_t\right) + \beta \ln\left(c_{t+1}\right) + \beta^2 \ln\left(c_{t+2}\right) + \cdots$$

s.t.

$$m_{t+1} + p_{bt} b_{t+1} + p_t c_t \leq m_t + p_t e_t + b_t$$

s.t.

$$p_t c_t \leq m_t$$

dove:

- e_t = dotazione iniziale del periodo (endowment)
- p_t = prezzo bene di consumo (c_t)
- p_{bt} = prezzo obbligazioni (b_t)
- m_t = moneta

I modelli *cash-in-advance*

Lagrangiano:

$$\max \quad L=\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left[\ln\left(c_t\right)+\lambda_t\left(m_t+p_te_t+b_t-m_{t+1}-p_{bt}b_{t+1}-p_tc_t\right)+\mu_t\left(m_t-p_tc_t\right)\right]$$

condizioni del primo ordine:

c

c_t $$\frac{1}{c_t}=\left(\lambda_t+\mu_t\right)p_t$$

m_{t+1} $$\lambda_t=\beta\left(\lambda_{t+1}+\mu_{t+1}\right)$$

b_{t+1} $$\lambda_tp_{bt}=\beta\lambda_{t+1}$$

slackness 1 $$\lambda_t\left(m_t+p_te_t+b_t-m_{t+1}-p_{bt}b_{t+1}-p_tc_t\right)=0$$

slackness 2 $$\mu_t\left(m_t-p_tc_t\right)=0$$

I modelli *cash-in-advance*

I moltiplicatori di lagrange ($\lambda_t \geq 0$, $\mu_t \geq 0$) sono legati dalla relazione

$$\lambda_{t+1}\left(1 - p_{bt}\right) = p_{bt}\mu_{t+1}$$

Tasso di rendimento delle obbligazioni

$$i_t \equiv \frac{1 - p_{bt-1}}{p_{bt-1}}$$

Implicazione chiave del modello:

$$\frac{\mu_t}{\lambda_t} = i_t$$

I modelli *cash-in-advance*

- se $i_t>0$ allora $\mu_t>0$ e $m_t=p_tc_t$: domanda di *moneta transattiva*

Usando tutte le condizioni del primo ordine

$$\lambda_t + i_t\lambda_t = \frac{1}{p_t c_t} = \frac{1}{m_t}$$

si determina la domanda di moneta transattiva:

$$m_t = \frac{1}{\lambda_t\left(1+i_t\right)}$$

come *funzione inversa del tasso d'interesse* (cfr. Baumal-Tobin)

- se $i_t=0$ allora $\mu_t=0$ e quindi $m_t>p_tc_t$: domanda di moneta indeterminata (perfettamente sostituibile con obbligazioni)