Moneta e Finanza Internazionale

Teoria delle aspettative

Le aspettative adattive

- x_t^e: Aspettativa del valore che la variabile x assumerà in t

- **Aspettative estrapolative**: il valore atteso è funzione dei valori storici

$$x_t^e = x_{t-1} + k(x_{t-1} - x_{t-2}) + j(x_{t-2} - x_{t-3})$$

- **Aspettative statiche**: il valore atteso è uguale al più recente valore storico

$$x_t^e = x_{t-1}$$

Le aspettative adattive

- **Aspettative adattive**: il valore atteso è funzione dei valori storici e delle aspettative passate

$$x_t^e = bx_{t-1} + (1 - b)x_{t-1}^e$$

con $0<b<1$

- il valore atteso come revisione delle aspettative passate

$$x_t^e = x_{t-1}^e + b(x_{t-1} - x_{t-1}^e)$$

- il valore atteso come funzione dei "ritardi distribuiti"

$$x_t^e = b\sum_{t=0}^{\infty}(1-b)^i x_{t-1-i}$$

Le aspettative adattive

Limiti:

- il valore atteso dipende dai valori passati (storici o attesi) solo della variabile di cui si vuole calcolare l'aspettativa

- il valore atteso non considera informazioni contenuti nei valori correnti o passati di variabili diverse ma correlate con quella di cui si vuole calcolare l'aspettativa

- consistente con la presenza di errori sistematici di previsione

Le aspettative adattive
il modello di Cagan (1956)

- Analisi della domanda di moneta in periodi di iperinflazione, e delle determinanti dell'inflazione

- Domanda di moneta aggregata empirica (Keynesiana):

$$\ln\left(\frac{M_t}{P_t}\right) = a_0 + a_1 \ln(Y_t) + a_2 R_t + u_t$$

  - M_t: Moneta nominale
  - P_t: Livello dei prezzi
  - Y_t: Reddito reale
  - $R_t = r_t + \pi_t^e$: Tasso d'interesse nominale
  - $\pi_t^e = p_{t+1}^e - p_t$: Tasso d'inflazione atteso

Le aspettative adattive
il modello di Cagan (1956)

- Trascurando l'effetto di variabili reali:

$$m_t - p_t = \gamma + \alpha\pi_t^e + u_t$$

  - $m_t = \ln(M_t)$
  - $p_t \quad = \ln(P_t)$
  - $\alpha \quad = a_2$
  - $\gamma \quad = a_0 + a_1\ln(Y_t) + a_2 r_t$

- Aspettative adattive: $\pi_t^e = h\pi_{t-1} + (1 - h)\pi_{t-1}^e$
  - dove $0<h<1$
- quindi:

$$m_t - p_t = \gamma + \alpha h(p_t - p_{t-1}) + \alpha(1 - h)\pi_{t-1}^e + u_t$$

Le aspettative adattive
il modello di Cagan (1956)

- le aspettative passate possono essere inferite dai valori storici osservati:

$$\pi^e_{t-1} = \frac{m_{t-1} - p_{t-1} - \gamma - u_{t-1}}{\alpha}$$

- La domanda di moneta rilevante è quindi:

$$m_t - p_t = \gamma h + \alpha h(p_t - p_{t-1}) + (1 - h)\,(m_{t-1} - p_{t-1}) + \varepsilon_t$$

  - $\varepsilon_t = u_t - (1 - h)u_{t-1}$: termine stocastico

- Dinamica di equilibrio dei prezzi (eq. differenze 1° ordine):

$$p_t = \left(\frac{1 + \alpha h - h}{1 + \alpha h}\right) p_{t-1} + \left(\frac{1}{1 + \alpha h}\right) \left[m^o_t - (1 - h)m^o_{t-1} - \gamma h - \varepsilon_t\right]$$

  - $m_t = m_t^s = m_t^o$: equilibrio sul mercato della moneta

Le aspettative adattive
il modello di Cagan (1956)

Implicazioni

- Ruolo chiave della politica monetaria *passata* ($m_t°$, $m_{t-1}°$)
- Nessun ruolo per informazioni su politica monetaria *futura*
- Errori di previsione sistematici
- Condizione di stabilità dinamica:

$$\left|\frac{1+\alpha h-h}{1+\alpha h}\right|<1$$

- Condizione non soddisfatta per α *molto negativo*:

$$\alpha<\frac{h-2}{2h}<0$$

- Possibili iperinflazioni endogene

Le aspettative razionali

- Aspettative "*endogene*" al modello
- Aspettative coincidono con la speranza matematica di una distribuzione di probabilità (*valore atteso condizionale*)
- $E_t x_{t+1}$: Aspettativa del valore che la variabile x assumerà in $t+1$, condizionata alle informazioni disponibili in t

Ipotesi di base:

- il modello conosciuto dagli agenti è *corretto*
- la distribuzione di probabilità *soggettiva* coincide con quella *oggettiva*

Le aspettative razionali
Assiomi

A1: L'aspettativa è la *media* della distribuzione *oggettiva* di probabilità *condizionata* (*speranza matematica*).

- Caso continuo:

$$x^e = E\left(x|I\right) = \int_X x \cdot f(x|I)dx$$

  - I: set informativo variabili rilevanti
  - $f(x|I)$: distribuzione di probabilità di x condizionata a I

- Caso discreto:

$$E_t x_{t+1} = E\left(x_{t+1}|I_t\right) = \sum_{s^{t+1}} x(s^{t+1}) \cdot \rho(s_{t+1}|s^t)$$

  - s^{t+1}: storia degli eventi possibili fino a $t+1$
  - $\rho(s_{t+1}|s^t)$: probabilità dell'evento s_{t+1} condizionata alla storia s^t

Le aspettative razionali
Assiomi

A2: L'aspettativa è *non distorta*.

- La differenza fra il valore realizzato e il valore atteso è casuale e *white noise* (media nulla, varianza costante):

$$x_{t+1} = E_t x_{t+1} + u_{t+1}$$

  - $E(u_t) = 0$, per ogni t
  - $var(u_t^2) = \sigma^2$, per ogni t
  - $cov(u_t u_{t-j}) = 0$, per ogni t e ogni $j \neq t$

- *Sono esclusi errori di previsione sistematici*
- *Gli errori di previsione sono, in media, nulli*

Le aspettative razionali
Assiomi

A3: L'errore di previsione è *ortogonale*.

- La differenza fra il valore realizzato e il valore atteso è incorrelato alle informazioni disponibili a *t*:

$$E\left(u_{t+1} \cdot I_t \middle| I_t\right) = 0$$

- *Gli errori di previsione dipendono da variabili esogene, non correlate con le informazioni disponibili*

Le aspettative razionali
Assiomi

A3: L'aspettativa è *coerente* e *lineare*.

- *Coerente*: l'aspettativa rispetto ad una stessa variabile cambia nel tempo solo se cambiano le informazioni disponibili

$$E\left(x_{t+2} | I_t\right) \neq E\left(x_{t+2} | I_{t+1}\right)$$

se e solo se

$$I_t \neq I_{t+1}$$

- Implica *Legge Iterativa delle aspettative*

$$E_t(E_{t+1} x_{t+2}) = E_t x_{t+2}$$

- *Lineare*:

$$E_t(a x_{t+1} + b y_{t+1}) = a E_t x_{t+1} + b E_t y_{t+1}$$

Le aspettative razionali
Metodi di soluzione

M1: Metodo della forma ridotta

M2: Metodo di sostituzione

M3: Metodo dei coefficienti indeterminati

Esempio:

$$q_t^d = a - bp_t$$

$$q_t^s = c + dE_{t-1}p_t + u_t$$

$$q_t^d = q_t^s$$

con u_t errore stocastico a media nulla e varianza costante

Le aspettative razionali
Metodi di soluzione

M1: Metodo della forma ridotta

Step 1. Si consideri l'aspettativa una variabile esogena e si determini la forma ridotta

$$p_t = \frac{a-c}{b} - \frac{d}{b}E_{t-1}p_t - \frac{1}{b}u_t$$

Step 2. Si calcoli la "speranza matematica" della forma ridotta

$$E_{t-1}p_t = \frac{a-c}{b+d}$$

Step 3. Si calcoli la forma ridotta finale

$$p_t = \frac{a-c}{b+d} + \frac{1}{b}u_t$$

M2: Metodo di sostituzione

Step 1. Si consideri in genere (che sia o meno una forma ridotta)

$$p_t = \alpha + \beta E_{t-1} p_t + \varepsilon_t$$

Step 2. Si calcoli la speranza matematica

$$E_{t-1} p_t = \alpha + \beta E_{t-1} p_t$$

Step 3. Si sostituisca ricorsivamente

$$p_t = \alpha \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i + \lim_{i \to \infty} \beta^i E_{t-1} p_t + \varepsilon_t$$

M2: Metodo di sostituzione

Step 4.

- Se $|\beta|>1$ non esistono soluzioni finite (bolle speculative)

- Se $|\beta|<1$ esiste una soluzione finita:

$$p_t = \frac{\alpha}{1-\beta} + \varepsilon_t$$

In questo caso la soluzione coincide con quella derivabile con M1

Le aspettative razionali
Metodi di soluzione

M3: Metodo dei coefficienti indeterminati

Step 1. Si postuli una soluzione generica (*guess solution*)

$$p_t = h + k\varepsilon_t$$

Step 2. Si calcoli l'aspettativa ($E_{t-1}p_t = h$) e la si sostituisca nel modello

$$p_t = \alpha + \beta h + \varepsilon_t = h + k\varepsilon_t$$

Step 3. Si usi la seconda uguaglianza per determinare h e k

$$h = \alpha + \beta h = \frac{\alpha}{1-\beta}$$

$$k = 1$$

N.B. *La soluzione coincide naturalmente con M1 e M2*

Le aspettative razionali
il modello di Cagan (1956)

Si consideri la stessa domanda di moneta:

$$m_t - p_t = \gamma + \alpha \pi_t^e + u_t$$

Hp: Aspettative *razionali*:

$$\pi_t^e = E_t(p_{t+1} - p_t)$$

quindi:

$$m_t - p_t = \gamma + \alpha E_t(p_{t+1}) - \alpha p_t + u_t$$

L'equazione che determina i prezzi ("modello") è quindi:

$$p_t = \frac{m_t - \gamma}{1-\alpha} - \frac{\alpha}{1-\alpha} E_t p_{t+1} - \frac{1}{1-\alpha} u_t$$

Le aspettative razionali
il modello di Cagan (1956)

Soluzione per sostituzione

- Si usi il "modello" per calcolare le aspettative

$$E_t p_{t+1} = \frac{E_t m_{t+1} - \gamma}{1-\alpha} - \frac{\alpha}{1-\alpha} E_t p_{t+2}$$

- Si sostituisca ricorsivamente nel "modello"

$$p_t = \frac{1}{1-\alpha}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^i \left(E_t m^o_{t+i} - \gamma\right) + \lim_{i\to\infty}\left(-\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^i E_t p_{t+i} - \frac{1}{1-\alpha}u_t$$

- Se $\alpha<(1-\alpha)$ esiste una soluzione unica e i prezzi dipendono da politica monetaria ($m°$) presente e futura attesa

$$p_t = \frac{1}{1-\alpha}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^i \left(E_t m^o_{t+i} - \gamma\right) - \frac{1}{1-\alpha}u_t$$

Implicazioni

- Ruolo chiave della aspettative sulla politica monetaria *futura*

- Condizione *no-bubble solutions*:

$$\left| \frac{\alpha}{1-\alpha} \right| < 1$$

  - Condizione non soddisfatta per α *molto positivo*: α > 0.5
  - Condizione soddisfatta per qualsiasi α < 0

Le aspettative razionali
il modello di Cagan (1956)

Soluzione con il metodo dei coefficienti indeterminati

- Immaginiamo di conoscere il processo che la BC segue per fissare l'offerta di moneta:

$$m_t^o = \theta_0 + \theta_1 m_{t-1}^o + e_t$$

- Il "modello" allora diventa

$$\theta_0 + \theta_1 m_{t-1}^o + e_t = \gamma + \alpha E_t p_{t+1} + (1-\alpha) p_t + u_t$$

- e la *guess solution* più naturale è quindi

$$p_t = r_0 + r_1 m_{t-1}^o + r_2 e_t + r_3 u_t$$

con r_i, per $i=0,\dots,3$ i coefficienti da determinare

Le aspettative razionali
il modello di Cagan (1956)

- Si calcoli l'aspettativa usando la *guess solution* e la si sostituisca nel modello

$$p_t = \frac{\theta_0 - \gamma + \theta_1 m_{t-1} + e_t + u_t}{1-\alpha} - \frac{\alpha}{1-\alpha}(r_0 + r_1\theta_0 + r_1\theta_1 m^o_{t-1} + r_1 e_t)$$

- Il sistema di equazioni che determina i coefficienti r_i è dunque:

$$r_0 = \frac{\theta_0 - \gamma - \alpha r_0 - \alpha r_1 \theta_0}{1-\alpha}$$

$$r_1 = \frac{\theta_1 - \alpha r_1 \theta_1}{1-\alpha}$$

$$r_2 = \frac{1 - \alpha r_1}{1-\alpha}$$

$$r_3 = -\frac{1}{1-\alpha}$$

Le aspettative razionali
il modello di Cagan (1956)

- ovvero

$$r_0 = \frac{\theta_0(1-\alpha)}{1-\alpha+\alpha\theta_1} - \gamma$$

$$r_1 = \frac{\theta_1}{1-\alpha+\alpha\theta_1}$$

$$r_2 = \frac{1}{1-\alpha+\alpha\theta_1}$$

$$r_3 = -\frac{1}{1-\alpha}$$

- e quindi

$$p_t = \frac{\theta_0(1-\alpha)}{1-\alpha+\alpha\theta_1} - \gamma + \frac{\theta_1}{1-\alpha+\alpha\theta_1} m_{t-1} + \frac{1}{1-\alpha+\alpha\theta_1} e_t - \frac{1}{1-\alpha} u_t$$

Implicazioni

- Shock alla domanda di moneta (u) sono disinflazionistici:

$$\partial p_t / \partial u_t < 0$$

- Shock all'offerta di moneta (e) sono inflazionistici:

$$\partial p_t / \partial e_t > 0$$

  - Effetti inflazionistici tanto più persistenti quanto maggiore θ
  - Per $\theta = 1$ (shock permanente), elasticità unitaria (TQM): $\partial p_t / \partial e_t = 1$